DISA MODELE MBI PËRHAPJEN E WORMIT NË RRJETA DHE ANALIZIMI I TYRE NËPËRMJET SOFTWAREVE

Orgeta Gjermëni
Universiteti "Ismail Qemali" Vlorë. *E-mail o.gjermeni@gmail.com*

Abstrakt
Problemi i përhapjes së viruseve dhe *worm-eve* në rrjetat kompjuterike është ende prezent në forma dhe nivele më të sofistikuara se vite më pare, pavarësisht përpjekjeve ndër vite që janë bërë, ndaj ai vazhdon ende të jetë në vëmëndje të shumë studimeve shkencore. Në këtë shkrim trajtojmë disa modele egzistuese për të përshkruar dinamikën e përhapjes së *worm-eve* nëpërmjet sistemeve të ekuacioneve diferenciale të cilat marrin në konsideratë cilësi të strukturës së rrjetit. Modelet që janë trajtuar janë *SI, SIS, SIR, SIDR* dhe *SIRS*. Nëpërmjet këtij shkrimi synohet të kuptohet se si numri i nyjeve të infektuara (përhapja e *worm-it*) në rrjet mund të ndikohet nga struktura e tij (numri i nyjeve, fuqia mesatare e nyjeve, topologjia e rrjetit etj). Gjithashtu merren në kosideratë edhe faktorët që kanë të bëjnë me shkallën e shpejtësisë së përhapjes së infeksionit (*worm-it*) apo me shkallën e shpejtësisë së kurimit (pastrimit) të nyjes ndaj tij. Për të paraqitur vizualisht këtë ndikim përdorim software si *R- system* dhe simulimin në *NetLog*. Aplikimet e modeleve të mësipërme janë bërë në dy raste ekstreme; në grafet e rastit Erdos-Renyi, të cilët janë grafe ku nyjet lidhen me njëra-tjetrën në mënyrë rastësore me një probabilitet të caktuar dhe në grafin e plotë K_n i cili gëzon vetinë që çdo dy nyje janë të lidhura me njëra – tjetrën.

Fjalë kyçe - worm, graf, rrjet, nyje, susceptible, removed, infectious, detected.

1. Hyrje

Viruset kompjuterike dhe worm-et janë pjesë kodesh të cilat shumëfishojnë vetveten dhe kështu arrijnë të përhapen në rrjete. Dallimi kryesor që egziston ndërmjet viruseve kompjuterike dhe worm-eve është se: viruset për t'u përhapur kanë nevojë për një ndërhyrje nga jashtë (ndërhyrje të njeriut, si përshembull hapja e një attachi në email, ose egzekutimi i një software), ndërsa worm-et nuk e kanë të nevojshme një ndërhyrje të tillë. Worm-et paraqesin një problem serioz për besueshmërinë, integritetin, dhe gjëndjen e burimeve kompjuterike në internet. Sulmet e tyre mund të dëmtojnë performancën e rrjetit. Shembuj që mund të përmendim janë Code Red në 2001, i cili infektoi 360.000 hoste në më pak se pesëmbëdhjetë orë dhe SQL Slammer worm, i cili u lançua në 2002 dhe që shkaktoi mohim të shërbimeve dhe infektoi 75.000 viktima në dhjetë minuta. Modelimi i wormeve në rrjetet kompjuterike na ndihmon të kuptojmë më mirë përhapjen e tij dhe është vendimtar për të kuptuar impaktin dinamik të sulmeve të wormeve.

Një rrjet, nga pikëpamja fizike, është një bashkësi kompjuterash të ndërlidhur, secili me një IP adresë të ndryshme. Ai mund të paraqitet nëpërmjet një grafi të lidhur të paorientuar $G=(V,E)$, me bashkësi nyjesh kompjuterat dhe bashkësi brinjësh link-et komunikuese (p.sh wire, kabujt optikë). Meqenëse G është i lidhur, komunikimi ndërmjet çdo dy nyjeve të çfarëdoshme u dhe v bëhet nëpërmjet një shtegu $u-v$ në G. Përveç kuptimit fizik të rrjetit, egziston dhe kuptimi virtual i tij (si p.sh., nje rrjet e – mail, ku një nyje përfaqëson përdoruesin dhe të gjitha brinjët që do të dilnin nga ajo do të shkonin në të gjithë personat që gjendeshin në librin e adresave të përdoruesit).

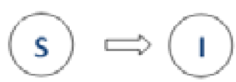
2. Modele epidemike

Ekzistojnë disa modele për të përshkruar dinamikën e përhapjes së worm-eve nëpërmjet sistemeve te ekuacioneve diferenciale.
Modelet epidemike bazohen në dy momente:
Në çdo çast të kohës *t*, secila prej nyjeve të rrjetit mund të jetë në një nga gjendjet e mundshme; susceptible, quarantined-susceptible,removed, removed-susceptible, infectious, quarantined-infectious, removed-infectious, dhe detected.
Përkthimi i mekanizmave transmetues të worm-it në probabilitetin që një nyje të infektoj një nyje tjeter.

2.1 Modeli SI (Susceptible - Infectious)

Përhapja e worm-it ndodh në një rrjet *G* me *n* nyje. Gjendjet e mundshme në të cilat mund të ndodhet një nyje e rrjetit janë:
Susceptible – nyje të cilat janë të ndjeshme ndaj worm-eve në rrjet. Ato nuk kanë qenë të prekura më parë nga worm. Numri i nyjeve *susceptible* në rrjet në çastin *t* të kohës është shënuar *S(t)*, ndërsa fraksioni i tyre $S(t) = \frac{S(t)}{n}$.

Infectious – nyje të cilat janë infektuar nga worm – i dhe që gëzojnë aftësinë që të infektojnë nyje të tjëra përreth tyre. Numri i nyjeve *infectious* në rrjet në çastin *t* të kohës është shënuar *I(t)*, ndërsa fraksioni i tyre $i(t) = \frac{i(t)}{n}$.



Një nyje në gjendjen *susceptible*, pasi preket nga worm, kalon në gjendjen *infectious* dhe nuk e ndryshon me gjendjen e saj. Ky është rasti më i keq i përhapjes së worm-it, i cili haset atje ku sistemet e sigurisë nuk janë të mundshme. Le të jetë β shkalla e shpejtësisë me të cilën nyjet *susceptible* infektohen nga worm (probabiliteti që një nyje në gjëndjen *susceptible* të infektohet nga *worm*). Në këtë model β supozohet madhësi konstante. Shënojmë me $\bar{d}$ fuqinë mesatare të një nyje të infektuar. Për çdo $t \geq 0$, $s(t) + i(t) = 1$. Pritja matematike e numrit të nyjeve fqinje *susceptible* që mund të infektohen nga një nyje e caktuar e infektuar është $\bar{d}(1 - i(t)$. Shpejtësia e rritjes së numrit të nyjeve të reja të të cilat kalojnë në gjendjen infectious është $\beta \bar{d}(1 - i(t)\ i(t)$.

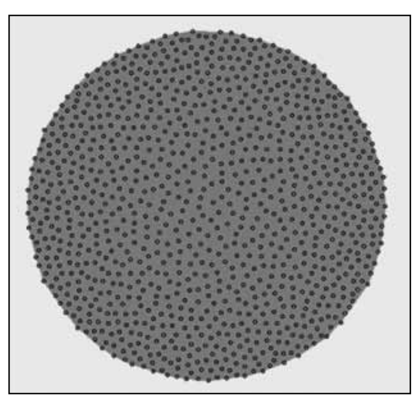
Ky model i përgjithshëm SI jepet nga ekuacioni diferencial

$$\frac{di(t)}{dt} = \beta\ \bar{d}(1 - i(t))i(t) \quad (2.1.1)$$

me kusht që $i(0) = \frac{i(0)}{n} > 0$. Zgjidhja e ekuacionit (2.1.1) për numrin e nyjeve të infektuara në çastin *t* të kohës është $i(t) = \frac{i(0)e^{\beta \bar{d} t}}{1 - i(0) + i(0)e^{\beta \bar{d} t}}$.

SI në grafin e plotë K_n

Nëse worm përhapet në një graf të plotë K_n me n nyje, ku fuqia mesatare e një nyje në gjendjen infectious është $\bar{d} = (n-1)$, modeli SI mund të shkruhet asimptotikisht $\frac{di(t)}{dt} = \beta(1 - i(t))I(t)$ me kusht që $i(0) = \frac{i(0)}{n} > 0$.(*Duke pasur parsysh që në* $i(t)(n-1) \approx i(t)n = I(t)$ *për* n *shumë të mëdha.*)
Zgjidhja e ekuacionit diferencial në lidhje me numrin e nyjeve në gjendjen infectious në çastin *t* të kohës është $i(t) = \frac{i(0)e^{\beta(n-1)t}}{1 - i(0) + i(0)e^{\beta(n-1)t}}$. Trajtojmë më konkretisht modelin SI për përhapjen e worm-it në grafin e plotë K_{1000}. Vihet re një rritje eksponenciale e menjëhershme e numrit të nyjeve të reja në gjendjen infectious, dhe shumë shpejt arrihet gjendja e ekuilibrit, ku në K_{1000} të gjitha nyjet janë në gjendjen infectious.

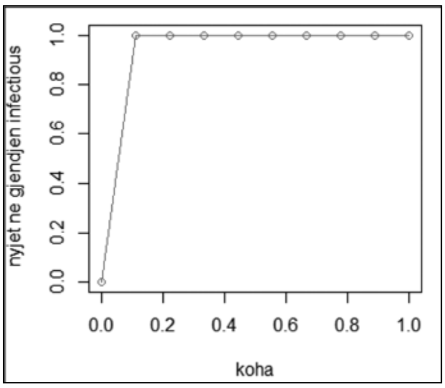


```
> library(igraph)

>K=graph.full(1000,directed=FALSE,loops=FALSE)

>plot(K,layout=layout.fruchterman.reingold,vertex.
size=2,vertex.label=NA)
```

***Fig 2.1.1**: Paraqitja vizuale e një grafi të plotë K_{1000} në R.*




```
>t=seq(0,1,len=10)

>i=0.001*exp(0.2*999*t)/(1-0.001+0.001*
exp(0.2*999*t))

>plot (t,i,type="o",col="red",xlab="koha",ylab=" nyjet
ne gjendjen infectious")
```

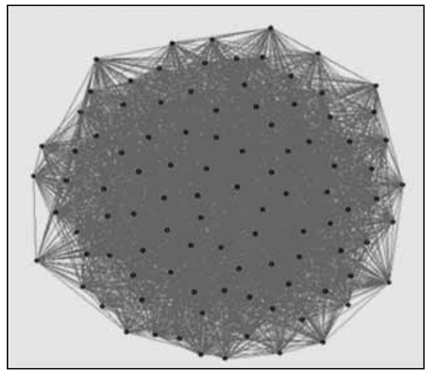
***Fig 2.1.2:** Paraqitja grafike e numrit të nyjeve të infektuara ne raport me kohën në grafin e plotë K_{100} në modelin SI, ku $i(0)=0.001$ dhe $\beta=0.2$ në R.*

SI në grafin e rastit Erdos – Renyi $G(n,p)$

Për sa i perket grafeve të rastit Erdos – Renyi $G(n,p)$, ku probabiliteti që dy nyje të jenë nyje fqinje është p, pritja matematike e fuqisë së një nyje në gjendjen infectious është $p(n-1)$. Në këtë rast përhapja e worm-it në një rrjet, që në vetvete do të ishte një graf rasti Erdos – Renyi, do të jepej nëpërmjet ekuacionit diferencial

$$\frac{di(t)}{dt}=\beta\ p(n-1)(1-i(t))i(t)$$

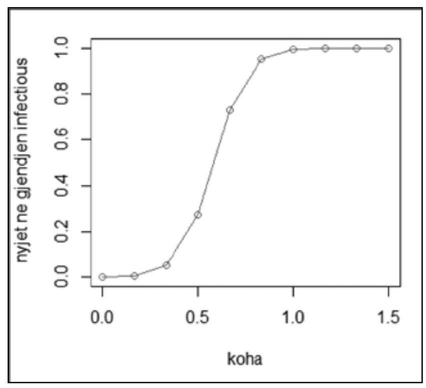
me zgjidhje $i(t)=\dfrac{i(0)e^{\beta p(n-1)t}}{1-i(0)+i(0)e^{\beta p(n-1)t}}$.



```
>G=erdos.renyi.game(100,3/5,type=c("gnp"),
directed=FALSE,loops=FALSE)

>plot(G,layout=layout.fruchterman.reingold,vertex.
size=2,vertex.label=N)
```

***Fig 2.1.3:** Paraqitja vizuale e një grafi rasti $G(100,3/5)$ në R.*




```
> t=seq(0,1.5,len=10)

>i=0.01*exp(0.2*3/5*99*t)/
(10.01+0.01*exp(0.2*3/5*99*t))

>plot(t,i,type="o",col="red",xlab="koha",ylab=" nyjet
ne gjendjen infectious")
```

***Fig 2.1.4:** Paraqitja grafike e numrit të nyjeve të infektuara ne raport me kohën në grafin e rastit $G(100,3/5)$ në modelin SI, ku $i(0)=0.01$ dhe $\beta=0.2$ në R.*

Në këtë rast, gjatë përhapjes së worm-it, dallojmë tre faza. Në fazën e parë vëmë re një rritje të ngadaltë të numrit të nyjeve të reja në gjendjen infectious, në fazën e dytë vemë re një rritje eksponenciale të tyre, dhe më pas arrihet gjendja e ekuilibrit, ku në $G(100,3/5)$ të gjitha nyjet janë në gjendjen infectious.

2.2 Modeli SIS (Susceptible – Infectious/ Infected - Susceptible)

Në këtë model gjëndjet e mundshme në të cilat mund të ndodhet një nyje e rrjetit janë:

• *Susceptible* – nyje të cilat janë të ndjeshme ndaj worm-eve në rrjet. Ato nuk kanë qenë të prekura më parë nga worm ose janë nyjë të pastruara nga worm e të kthyera në gjëndjen susceptible sërish (removed-susceptible). Numri i nyjeve *susceptible* në rrjet në çastin *t* të kohës është shënuar *S(t)*, ndërsa fraksioni i tyre $s(t) = \frac{s(t)}{n}$.

• *Infectious* – nyje të cilat janë infektuar nga worm – i dhe që gëzojnë aftësinë që të infektojnë nyje të tjera përreth tyre. Numri i nyjeve *infectious* në rrjet në çastin *t* të kohës është shënuar *I(t)*, ndërsa fraksioni i tyre $i(t) = \frac{i(t)}{n}$.

Le të jetë β shkalla e shpejtësisë me të cilën nyjet susceptible infektohen nga worm dhe le të jetë γ shkalla e shpejtësisë me të cilën nyjet në gjendjen *infectious* pastrohen nga *worm* e që më pas kalojnë në gjendjen susceptible sërish. Në këtë model β, γ supozohen madhësi konstante.

$$S \longleftrightarrow I$$

Modeli klasik SIS i Kephart and White merr në shqyrtim përhapjen e worm-it në një graf G të orientur me n nyje, ku $s(t) + I(t) = n$ Ky model i dhënë nëpërmjet sistemit të ekuacioneve diferenciale jolineare është:

$$\begin{cases} \dfrac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)[n - S(t)] + \gamma[n - S(t)] \\ \dfrac{dI(t)}{dt} = \beta I(t)[n - I(t)] - \gamma I(t) \end{cases} \qquad (2.2.1)$$

Zgjidhja e sistemit të mësipërm është

$$I(t) = \frac{I(0)(\beta n - \gamma)}{I(0)\beta + (\beta n - \gamma - I(0)\beta)e^{-(\beta n - \gamma)t}}.$$

Nëse $t \to \infty$, vëmë re se $I(\infty) = n - \frac{\gamma}{\beta}$, $I(0)$, është numri fillestar i nyjeve në gjendjen infectious.

Ndërkohë në modelin që ne parqesim më poshtë marrim në konsideratë fuqinë mesatare $\bar{d}$ të një nyje të infektuar. Për çdo $t \geq 0, i(t) + s(t) = 1$. Ky model i përgjithshëm SIS jepet nga ekuacioni diferencial: $\frac{di(t)}{dt} = \beta\bar{d}(1 - i(t))i(t) - \gamma i(t)$

me kusht qe $i(0) = \frac{I(0)}{n} > 0$. Siç edhe mund të vihet re lehtësisht nqs $\gamma = 0$, modeli SIS përkon me modelin SI. Zgjidhja e ekuacionit diferencial (2.2.2) për numrin e nyjeve në gjendjen infectious në çastin *t* të kohës është

$$i(t) = \frac{(1-\delta)i(0)}{i(0) + (1 - \delta - i(0))e^{-(\beta\bar{d} - \gamma)t}}$$

Në këtë model mund të shtrojmë pyetjen se – A zhduket worm-i në graf? Nëse po, në çfarë kushtesh do të ndodhte kjo? Worm-i konsiderohet i zhdukur në graf nqs shkalla e shpejtësise të rritjes së numrit të nyjeve në gjëndjen infectious do të bëhej negative, dmth $\frac{di(t)}{dt} < 0$ Kjo do të thotë që

$$\beta\bar{d}(1 - i(t)i(t) - \gamma i(t) = i(t)(\beta\bar{d}(1 - i(t)) - \gamma) =$$
$$i(t)(\beta\bar{d}s(t) - \gamma) < 0$$

Mqs $i(t) > 0$, atëherë $\beta\bar{d}s(t) - \gamma < 0$ nga ku rrjedh se $s(t) < \frac{\gamma}{\beta\bar{d}} = \delta$. δ - quhet *pragu epidemik*. Kusht i nevojshëm që worm-i të vazhdoj të përhapet është $s(t) > \frac{\gamma}{\beta\bar{d}} = \delta$. Në modelet që janë parashtruar deri tani nuk është marrë parasysh koha që i duhet një nyje për të kaluar nga gjendja e infektuar (infected) në gjendjen infektuese (infectious). Shënojmë me ε kohën e inkubacionit kur një nyje nga nyje e infektuar bëhet nyje infektuese. Ky efekt mund të përshkruhet nga ekuacioni që vijon

$$\frac{di(t)}{dt} = \beta\bar{d}(1 - i(t))i(t - \varepsilon) - \gamma i(t) \quad (2.2.3)$$

ku $i(t - \varepsilon)$ është fraksioni i nyjeve që sapo janë infektuar, por që akoma nuk janë bërë infektuese në çastin $t - \varepsilon$, $i(t - \varepsilon) = 0$ nëse $t < \varepsilon$.

SIS në grafin e plotë K_n

Nese worm përhapet në një graf të plotë

K_n me n nyje, ku fuqia mesatare e një nyje në gjendjen infectious është $\overline{d}=(n-1)$, modeli SIS mund të shkruhet asimptotikisht

$$\frac{di(t)}{dt}=\beta(1-i(t))I(t)-\gamma i(t),\ (2.2.4)$$

me kusht që $i(0)=\frac{I(0)}{n}>0$. (*Duke pasur parsysh që në* $i(t)(n-1)\approx i(t)n=I(t)$ *për* n *shumë të mëdha.*) Zgjidhja e ekuacionit (2.2.4) për numrin e nyjeve në gjendjen infectious në çastin t të kohës është

$$i(t)=\frac{(1-\delta)i(0)}{i(0)+(1-\delta-i(0)\ e^{-(\beta(n-1)-\gamma)t}}$$

Në grafet e plotë nqse β është relativisht më e madhe krahasuar me γ, atëherë wormi do të përhapet në një pjesë të konsiderueshme të nyjeve të rrjetit. Nqs γ është relativisht më e madhe krahasuar me β atëherë worm-i do të zhduket. Në grafet e tjerë, si p.sh. grafet e rastit, kemi një sjellje të ndryshme të pragut kritik.

Konsiderojmë modelin SIS për përhapjen e worm-it në grafin e plotë K_{1000} në rastet e mëposhtme:

Le të marrim $i(0)=0.001$ dhe $\beta=0.2$,

$\gamma=0.02(\beta>\gamma), \overline{d}=1000-1=999$,

$\delta=\frac{\gamma}{\beta\overline{d}}=0.0001$

Le te marrim $i(0)=0.001$ dhe $\beta=0.02$

$\gamma=0.2(\beta<\gamma),\ \overline{d}=1000-1=999$,

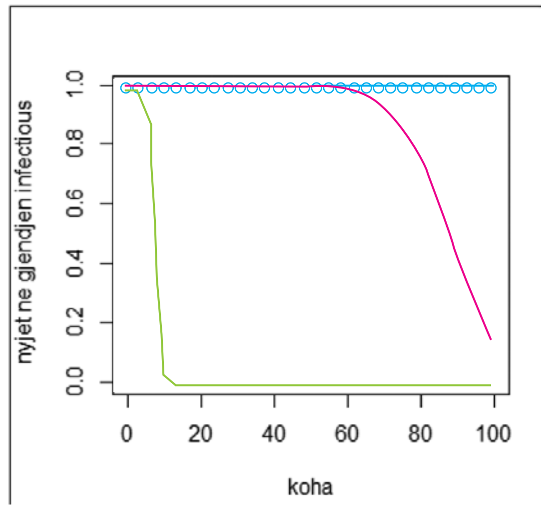
$\delta=\frac{\gamma}{\beta\overline{d}}=0.01$

Le të marrim $i(0)=0.001$ dhe $\beta=0.02$,

$\gamma=0.0185(\beta\cong\gamma),\ \overline{d}=1000-1=999$,

$\delta=\frac{\gamma}{\beta\overline{d}}=0.000925$

Konstatohet që të gjitha nyjet e rrjetit në rastin e parë, i cili në grafikun në Fig.2.2.1 është paraqitur me blu, janë në gjendjen infectious që në çastet e para të kohës dhe vazhdojnë të qëndrojnë në atë gjendje. Në rastin e dytë, i cili në grafik është paraqitur me ngjyrën e gjelbër, që në çastet e para, të gjitha nyjet e grafit infektohen menjëherë në saj edhe të tipologjisë së grafit të plotë, ku nyja në gjendjen infectious ka lidhje direkte me të gjitha nyjet e tjera të grafit. Më pas vihet re se numri i nyjeve në gjendjen infectious fillon të bjerë në mënyrë eksponenciale/shumë shpejt derisa worm-i zhduket plotësisht. Në rastin e tretë i cili është paraqitur me ngjyrë të kuqe, nyjet janë në gjendjen infectious që në çastet e para të kohës dhe vazhdojnë të qëndrojnë në atë gjendje për një kohë të. Më pas vihet re se numri i tyre fillon të bjerë gradualisht.




```
> t=seq(0,1000,len=30)

> plot(t,i2,type="l",col="green",xlab="koha",
ylab=" nyjet ne gjendjen infectious")

> lines(t,i1,type="o",col="blue")

> lines(t,i3,type="l",col="red")
```

Fig 2.2.1: *Paraqitja grafike e numrit të nyjeve të infektuara ne raport me kohën në grafin në grafin e plotë* K_{1000} *në modelin SIS. Ngjyra blu i referohet rastit te parë, ngjyra e gjelber i referohet rastit të dytë, dhe ngjyra e kuqe i referohet rastit të tretë në* R.

SIS në grafet e rastit Erdos – Renyi $G(n,p)$

Për sa i përket grafeve të rastit Erdos – Renyi $G(n,p)$, pritja matematike e fuqisë së një nyje në gjendjen infectious është $p(n-1)$. Në këtë rast përhapja e worm-it do te jepej nëpërmjet ekuacionit diferencial

$$\frac{di(t)}{dt}=\beta p(n-1)(1-i(t))i(t)-\gamma i(t)\ \ (2.2.5)$$

me zgjidhje

$$i(t) = \frac{i(0)(1-\delta)}{i(0) + (1-\delta - i(0))e^{-(\beta p(n-1)-\gamma)t}}$$

Në $G(100,3/5)$ konsiderojmë rastet e mëposhtme:

Në qoftë se $i(0) = 0.01$, $\beta = 0.03$, $\gamma = 0.009\,(\beta > \gamma)$, $\bar{d} = \frac{3}{5}(100-1) = 59.4$,

$$\delta = \frac{\gamma}{\beta \bar{d}} = 0.00505$$

Në qoftë se $i(0) = 0.01$, $\beta = 0.009$

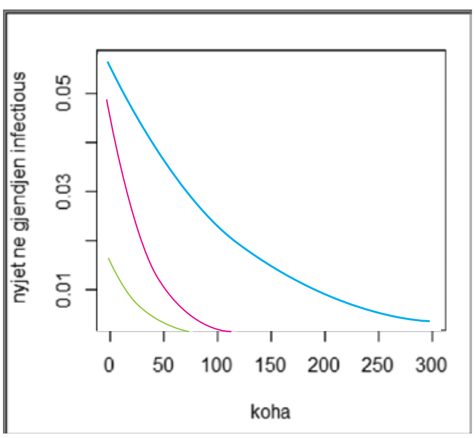
$\gamma = 0.03(\beta < \gamma)$, $\bar{d} = \frac{3}{5}(100-1) = 59.4$,

$$\delta = \frac{\gamma}{\beta \bar{d}} = 0.0561$$

Në qoftë se $i(0) = 0.01$, $\beta = 0.0275$

$\gamma = 0.03(\beta \cong \gamma)$, $\bar{d} = \frac{3}{5}(100-1) = 59.4$,

$$\delta = \frac{\gamma}{\beta \bar{d}} = 0.01836$$




```
> t=seq(0,300,len=30)

> i1=((1-0.00505)*0.01)/(0.01+(1-0.00505-0.01)*exp(-(0.03*(3/5)*(100-1)-0.009*t)))

> i2=((1-0.0561)*0.01)/(0.01+(1-0.0561-0.01)*exp(-(0.009*(3/5)*(100-1)-0.03*t)))

> i3=((1-0.01836)*0.01)/(0.01+(1-0.01836-0.01)*exp(-(0.0275*(3/5)*(100-1)-0.03*t)))

> plot(t,i1,type="l",col="blue",xlab="koha",ylab=" nyjet ne gjendjen infectious")

> lines(t,i2,type="l",col="green")

> lines(t,i3,type="l",col="red")
```

Fig 2.2.2: *Paraqitja grafike e numrit të nyjeve të infektuara ne raport me kohën në grafin në grafin e rastit $G(100,3/5)$ në modelin SIS. Ngjyra blu i referohet rastit te parë, ngjyra e gjelber i referohet rastit të dytë, dhe ngjyra e kuqe i referohet rastit të tretë në R.*

2.3 Modeli SIR (Susceptible – Infectious/ Infected - Recovered)

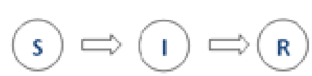
Modeli klasik i Kermack – Mckendrick njihet ndryshe dhe si modeli SIR. Gjëndjet e mundshme në të cilat mund të ndodhet një nyje e rrjetit janë:

Susceptible – nyje të cilat janë të ndjeshme ndaj worm-eve në rrjet. Ato nuk kanë qënë të prekura më parë nga worm. Numri i nyjeve *susceptible* në rrjet në çastin t të kohës është shënuar *S(t)*, ndërsa fraksioni i tyre $s(t) = \frac{S(t)}{n}$.

Infectious – nyje të cilat janë infektuar nga worm – i dhe që gëzojnë aftësinë që të infektojnë nyje të tjëra përreth tyre. Numri i nyjeve *infectious* në rrjet në çastin t të kohës është shënuar *I(t)*, ndërsa fraksioni i tyre

$$i(t) = \frac{I(t)}{n}.$$

Removed – nyje të cilat janë pastruar nga worm – i dhe janë në gjendje imune. Këto nyje nuk mund të infektohen sërish nga i njëjti worm prej të cilit ato janë kuruar, por mund të infektohen nga worm – e të tjera të ndryshme mund të hasen në rrjet në të ardhmen. Për këtë arsye ky modelnuk është shumë efikas. Numri i nyjeve *removed* në rrjet në çastin t të kohës është shënuar *R(t)*, ndërsa fraksioni i tyre $r(t) = \frac{R(t)}{n}$. Le të jetë β shkalla e shpejtësisë me të cilën nyjet susceptible infektohen nga worm dhe γ shkalla e shpejtësisë me të cilën nyjet në gjendjen *infectious* pastrohen nga *worm*. Në këtë model β, γ supozohen madhësi konstante.



Modeli klasik SIR i Kermack – Mckendrick merr në shqyrtim përhapjen e worm-it në një graf G me n nyje, ku $S(t) + R(t) + I(t) = n$.

Ky model i dhënë nëpërmjet sistemit të ekuacioneve diferenciale jolineare është:

$$\begin{cases} \dfrac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t) \\ \dfrac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \\ \dfrac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) \end{cases} \qquad (2.3.1)$$

Ky model mund të përdoret për të studiuar efektet e *software patching* dhe *traffic blocking*. Ndërkohë në modelin SIR që ne parqesim më poshtë marrim në konsideratë edhe fuqinë mesatare $\overline{d}$ të një nyje të infektuar. Për çdo $t \geq 0, i(t) + s(t) + r(t) = 1$ Ky model i përgjithshëm SIR jepet nga ekuacionet diferenciale:

$$\begin{cases} \dfrac{di(t)}{dt} = \beta\overline{d}(1 - i(t))i(t) - \gamma i(t) \\ \dfrac{dr(t)}{dt} = \gamma i(t) \end{cases} \qquad (2.3.2)$$

me kusht që $i(0) = \dfrac{I(0)}{n} > 0$, $r(0) = \dfrac{R(0)}{n} > 0$

Zgjidhja e ekuacionit për numrin e nyjeve të infektuara në çastin t të kohës është

$$i(t) = \frac{(1-\delta)\,i(0)}{i(0) + (1-\delta - i(0))e^{-(\beta\overline{d}-\gamma)t}}.$$

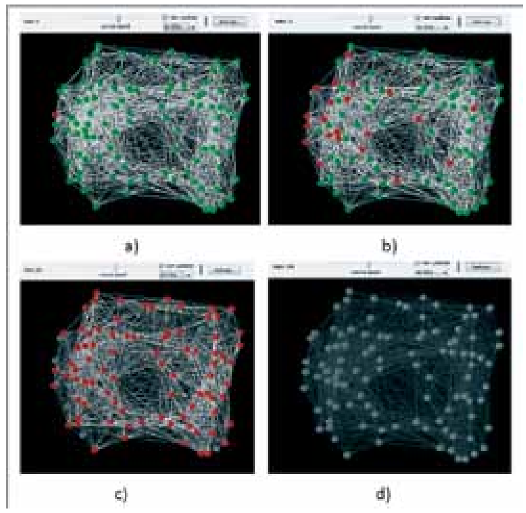
Karakteristikë e modelit SIR është se në përfundim prodhon një gjendje epidemike zero.

SIR në grafet e rastit Erdos – Renyi $G(n, p)$

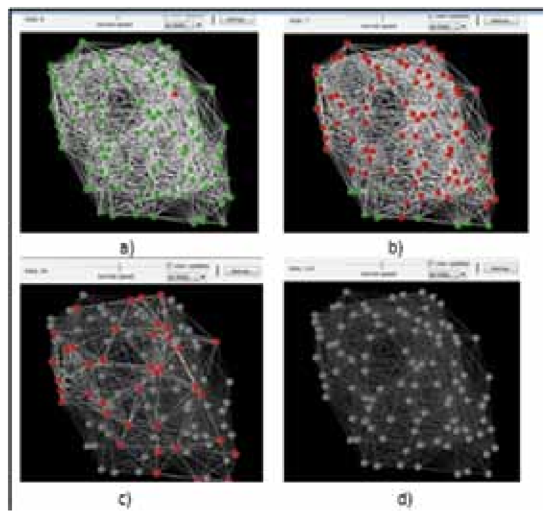
Merret në konsideratë një graf rasti i cili ka 100 nyje dhe probabiliteti që dy nyje të jenë të lidhura me njëra – tjetrën është $p = \dfrac{1}{2}$.

Fuqia mesatare e një nyje është $\overline{d} = p(n-1) = 3$.

Numri fillestar i nyjeve në gjendjen *infectious* është $I(0) = 1$. Në *NetLog* (i cili mund të gjendet duke vizituar *http://ccl.northwestern.edu/netlogo/faq.html*) parashikohet dhe rezistenca që nyjet bëjnë ndaj *worm-it* pas pastrimit të tyre e cila është e sigurt, kështu që ky probabilitet është 100%.



Rasti I



Rasti II

Fig 2.3.1: *Paraqitja vizuale e disa pamjeve të grafit Erdos – Renyi* $G(100, 1/3)$ *gjatë simulimit SIR në NetLog.*
Rasti I ($\beta = 0.025 = 2.5\%$ $\gamma = 0.03 = 3\%$) - *a) Momenti fillestar, ku paraqitet nyja e vetme në gjendjen infectious; b) grafi pas 11 çastesh; c) grafi pas 20 çastesh; d) pamja finale e grafit pas 154 çastesh, të gjitha nyjet janë në gjëndjen removed/resistant.*
Rasti II ($\beta = 0.045 = 4.5\%$, $\gamma = 0.023 = 2.3\%$) - *a) Momenti fillestar, ku paraqitet nyja e vetme në gjendjen infectious; b) grafi pas 11 çastesh; c) grafi pas 20 çastesh; d) pamja finale e grafit pas 154 çastesh, të gjitha nyjet janë në gjëndjen removed/resistant në R.*

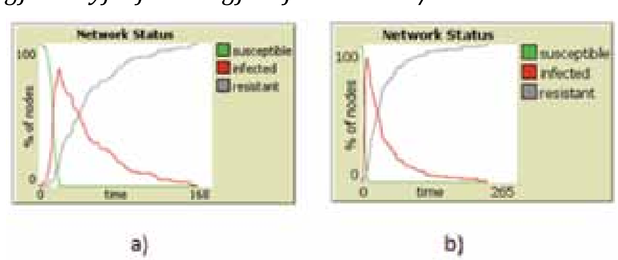
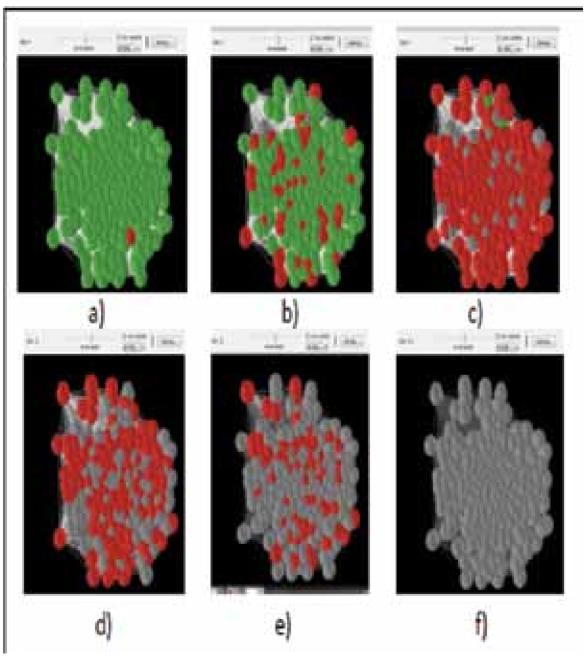


Fig 2.3.2: *Paraqitja grafike e numrit të nyjeve në gjëndjet susceptible, infectious/infected, removed/resistant në përfundim të simulimit të SIR në grafin*

e rastit Erdos – Renyi $G(100,3/5)$ në NetLog. a) ***Rasti I,*** *b)* ***Rasti II***.

SIR në grafin e plotë K_n

Merret në konsideratë një graf i plotë K_{200} i cili ka 200 nyje. Fuqia mesatare e një nyje është $\bar{d} = (n-1) = 199$. Numri fillestar i nyjeve në gjendjen infectious është $I(0) = 1$ Në *NetLog* parashikohet dhe rezistenca që nyjet bëjnë ndaj worm-it, pas pastrimit të tyre (kurimit), e cila është e sigurt, kështu që ky probabilitet është 100%. Shqyrtojmë rastet:



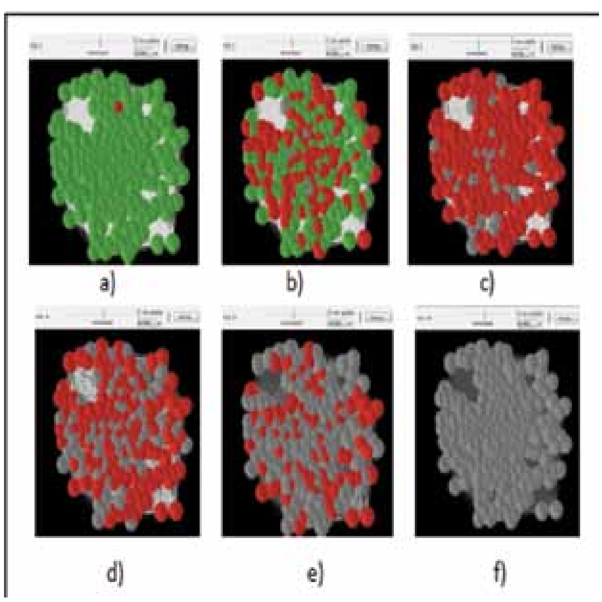


Fig 2.3.3: *Paraqitja vizuale e disa pamjeve të grafit K_{200} gjatë simulimit SIR në NetLog.* ***Rasti I*** *($\beta = 0.023 = 2.3\%$, $\gamma = 0.05 = 5\%$) - a) Momenti fillestar, ku paraqitet nyja e vetme në gjendjen infectious ; b) grafi pas 2 çastesh; c) grafi pas 4 çastesh; d) grafi pas 11 çastesh; e) grafi pas 22 çastesh; f) pamja finale e grafit pas 113 çastesh, të gjitha nyjet janë në gjendjen removed/resistant.* ***Rasti II*** *($\beta = 0.052 = 5.2\%$, $\gamma = 0.037 = 3.7\%$) - a) Momenti fillestar, ku paraqitet nyja e vetme në gjendjen infectious; b) grafi pas 2 çastesh; c) grafi pas 5 çastesh; d) grafi pas 12 çastesh; e) grafi pas 26 çastesh; f) pamja finale e grafit pas 180 çastesh, të gjitha nyjet janë në gjëndjen removed/resistant në R.*

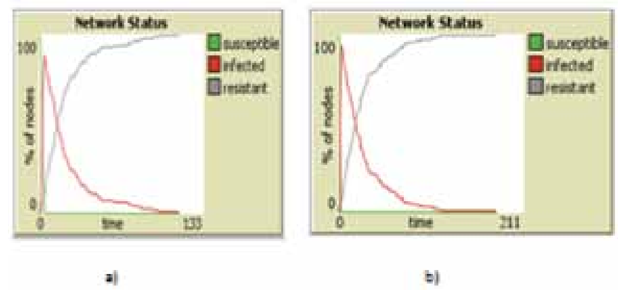


Fig 2.3.4: *Paraqitja grafike e numrit të nyjeve në gjëndjet susceptible, infectious/infected, removed/resistant në përfundim të simulimit të SIR në grafin e plotë K_{200} në NetLog.a)* ***Rasti I*** *b)* ***Rasti II***.

Modeli SIR është zgjeruar për të mbështetur kuptimin e dinamikës së β, e cila mund të ndikohet nga trafiku në rrjet. Gjithashtu në model autorët shtojnë edhe *the removal* të *nyjeve susceptible*. Modeli i tyre është

$$\frac{di(t)}{dt} = \beta\bar{d}(1 - i(t) - r(t))i(t) - \frac{dr(t)}{dt}$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = \gamma i(t)$$

$$\frac{dr_s(t)}{dt} = \gamma_s(1 - i(t) - r(t) - r_s(t))(r(t) + i($$

$$\frac{d\beta}{dt} = \beta(0)(1 - i)^\eta$$

ku η është faktori congestion (mbipopullimit, ngjeshjes) i shkaktuar nga rrjeti, $r(t)$ është fraksioni i nyjeve një herë të infektuara që tashmë janë *removed* nga rrjeti, $r_s(t)$ është fraksioni i nyjeve susceptible që janë "vaksinuar", γ është shkalla e shpejtësisë së *removal* për nyjet një herë të infektuara, dhe γ_s është shkalla e shpejtësisë së "vaksinimit" të nyjeve susceptible

Modeli SIDR (Susceptible – Infectious/ Infected – Detected – Removed/Recovered)

Ky model u analizua fillimisht nga Williamson dhe Leveille me qëllim që të përcaktonin efektshmërinë *virus throttling*. *Virus throttling* është një mekanizëm automatik i cili ngadalëson përhapjen e worm-it. Në këtë model një nyje e rrjetit mund të ndodhet në një prej katër gjëndjeve: susceptible, infectious,detected (në të cilën virusi është *detected* dhe nuk është aktiv për tu përhapur), dhe gjëndja removed. Në këtë model merret si topologji bazë grafi i plotë. Modeli përfshin dy faza: në fazën e parë, nyjet progresojnë nga gjendja susceptible në drejtim të gjëndjes infectious me nje shkalle β. Në fazën e dytë, pasi ka kaluar pak kohë nga fillimi i përhapjes, virusi detected (detektohet) me një shkalle γ. Dy janë ndryshoret të cilat studiohen në këtë rast: numri i nyjeve të infektuara, dhe kohëzgjatja e përhapjes së worm-it. Modeli nderthur *virus throttling* nëpërmjet ndarjes së nyjeve në dy grupe – *throttled* dhe *jo throttled*. Nëse një nyje *throttled* infektohet, ajo nuk e përhap virusin, dhe menjëherë hyn gjendja *detected*. Rezultati i këtij studimi pohon se kur gjysma e nyjeve kanë *throttles*, do te egzistojë qoftë edhe një gjurmë e vogël.

2.5 Modeli SIRS (Susceptible – Infectious/ Infected – Removed/Recovered - Susceptible)

Modeli SIRS është një modifikim i modelit SIS për të studiuar the node vigilance përkundrejt infeksionit. Në këtë model nyjet në gjendjen infectious, pasi pastrohen prej worm-it nuk kalojnë direkt në gjëndjen susceptible (si në modelin SIS) dhe as nuk rrinë në gjendje imune përgjithmonë ndaj atij worm-i (si në modelin SIR), por kalojnë një periudhë të përkohshme kohe *v* në një gjendje imune ndaj worm-it e quajtur *vigilance period*. Modeli merr në shqyrtim përhapjen e worm-it në një graf *G* me *n* nyje, ku $S(t)+R(t)+I(t)=n$.

Ky model i dhënë nëpërmjet sistemit të ekuacioneve diferenciale jolineare është:

$$\begin{cases} \dfrac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t) + \mu R(t) \\ \dfrac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - (\gamma/\lambda)I(t) \\ \dfrac{dR(t)}{dt} = (\dfrac{\gamma}{\lambda})I(t) - \mu R(t) \end{cases}$$

μ - shkalla e kalimit nga gjendja *removed* ne *re-susceptible*

λ - shkalla e removal në një nyje *infectious*

γ -shkalla e kurimit (*curing)* në një nyje të infektuar

3 Konkluzion

Në këtë shkrim ne prezantuam disa modele egzistuese mbi përhapjen e worm-ve në rrjetat kompjuterike. Nëpërmjet paraqitjeve grafike në programin R dhe simulimet e bëra në NetLog mbi grafet e plotë dhe grafet e rastit Erdos – Renyi kuptuam me nga afër se si ishte dinamika e përhapjes se worm-it kur disa nga parametrat ndryshonin raportet në lidhje me të tjerë parametra. Natyrisht që gjatë simulimeve të këtij punimi konsideruam disa prej parametrave si konstante, ndërkohë që jo gjithmonë kjo përputhet me realitetin. Është me interes studimi në rastet kur β, γ, λ janë dinamike në lidhje me kohën.

Referencat

[1] Measurement and Analysis of Worm Propagation on Internet Network Topology. Jonghyun Kim, Sridhar Radhakrishnan, Sudarshan K. Dhall *ICCCN'04*

[2] Correlation Model of Worm Propagation on Scale – Free Networks. Zoran Nikoloski, Narsingh Deo, Ludek Kucera*Complexus 2006;169-182 DOI:10.1159/000094198*

[3] Modeling the Effects of Timing Parameters on Virus PropagationYang Wang, Chenxi Wang *2003 ACM 1581137850/03/0010*

[4] Passive Benign Worm Propagation Modeling with Dynamic Quarantine Defense Ossama Toutonji and Seong-Moo Yoo. *KSII TRANSACTIONS ON INTERNET AND INFORMATION SYSTEMS VOL. 3, NO. 1, FEBRUARY 2009 96 Copyright © 2009 KSII***DOI: 10.3837/ tiis.2009.01.005**

[5] D. Moore, C. Shannon, and J. Brown, "Code Red: a Case Study on the Spread and Victims of an

KSII TRANSACTIONS ON INTERNET AND INFORMATION SYSTEMS VOL. 3, NO. 1, FEBRUARY 2009 107

Internet Worm," Proc. *2nd ACM SIGCOMM Workshop on Internet Measurement*, Marseille, France, Nov. 2002.

[6] D. Moore, V. Paxson, S. Savage, C. Shannon, S. Staniford,, and N. Weaver, "Inside the Slammer Worm," *IEEE Magazine of Security and Privacy*, vol. 1, no. 4, pp. 33-39, 2003.